

COMPÉTENCES EXIGIBLES

- Sur des exemples littéraux, utiliser les égalités $k(a + b) = ka + kb$ et $k(a - b) = ka - kb$ dans les deux sens.
- Calculer la valeur d'une expression littérale. Tester une égalité.
- Connaître le sens des mots « développer », « réduire », « factoriser »
- Réduire une expression littérale
- Développement de $(a+b)(c+d)$

ORIENTATIONS PEDAGOGIQUES

Une fois introduit le rôle de la lettre et du signe égal, ce chapitre étudie les identités et comment transformer une expression littérale en une expression littérale qui lui est égale c'est à dire qui est vraie pour toutes valeurs que l'on donne aux lettres.

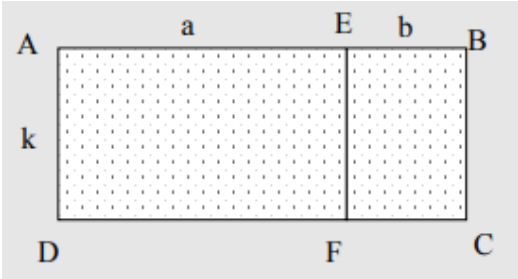
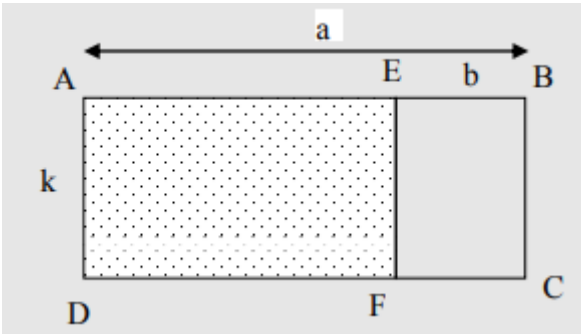
- À cet effet, la règle de la distributivité est introduite et étudiée puis étendue à la double distributivité.
- Les identités remarquables sont énoncées.

EXTENSIONS

Le calcul littéral sera utilisé dans toutes les classes suivantes mais on veillera à ne pas travailler la technique au détriment de la richesse et de la complexité des situations mathématiques étudiées. On pourra aller plus loin dans les exigences techniques avec les élèves les plus à l'aise.

RE-REQUIS

- Nombre entier relatif
- Priorités, distributivité
- Fraction
- Puissances

Objectif	Activités	Contenu de cours	Applications
Développer en utilisant la distributivité simple	Activité 1 :  - Comment écrire la longueur AB ? - Exprimer l'aire du rectangle ABCD de deux manières. - Quelle égalité peux-tu en déduire ? Activité 2 :  - Comment écrire la longueur AE ? - Exprimer l'aire du rectangle AEFD de deux manières. - Quelle égalité peux-tu en déduire ?	I. La distributivité simple : 1. Développement ❖ Définition : Développer une expression, c'est l'écrire sous la forme d'une somme algébrique. ❖ Propriété : la distributivité simple Pour tous nombres relatifs k, a et b : $\text{Produit} \xrightarrow{\text{Développement}} \text{somme}$ $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$ Exemple 1 : On peut calculer les expressions suivantes de deux façons différentes : $3 \times (5 + 7) = 3 \times 12 = 36$ $3 \times (5 + 7) = 3 \times 5 + 3 \times 7 = 15 + 21 = 36$ $-6 \times (4 - 8) = -6 \times (-4) = 24$ $-6 \times (4 - 8) = -6 \times 4 - (-6) \times 8 = -24 + 48 = 24$ Exemple 2 : Développe : $A = 3(x + 7) ;$ $B = - 3,5(x - 2)$	Exercice d'application : Complète les développements : $A = x(3 + 2x) = x \times \dots + \dots \times 2x = \dots + \dots$ $B = 3a(4b - \dots) = \dots - 15a^2$ $C = 5x(3y - \dots) = \dots xy - 20x$ Exercice d'application : Développe les expressions suivantes : $D = 3(a - 6b + 9)$ $E = -2t(5t - 4)$ $F = x^2(7x - 8)$

Factoriser
une
expression

2. Factorisation :

❖ Définition :

Factoriser une expression, c'est l'écrire sous la forme d'un produit.

❖ Propriété :

Pour tous nombres relatifs k, a et b :

$Somme \xrightarrow{\text{Factorisation}} \text{Produit}$

$$k \times a + k \times b = k \times (a + b)$$

$$k \times a - k \times b = k \times (a - b)$$

Exemple 1 :

On veut factoriser chacune des expressions suivantes.

- $C = 14x - 12$

$$C = 7 \times 2x - 7 \times 3$$

$$C = 7 \times (2x - 3)$$

$$C = 7(2x - 3)$$

- $D = -6y + 15y^2$

$$D = 3y \times (-2) + 3y \times 5y$$

$$D = 3y \times (-2 + 5y)$$

$$D = 3y(-2 + 5y)$$

Exemple 2 :

Factorise :

$$E = 14a - 7b ; F = -x^2 + 3x ;$$

$$G = (9x - 4)(5x + 6) + (9x - 4)(3x + 11).$$

Exercice d'application :

Fais apparaître le facteur commun.

$$A = 3x^2 + 5xy$$

$$B = 25ab - 10a^2 + 30a$$

$$C = 4x(5 + 3x) + 7(5 + 3x)$$

Exercice d'application :

Factorise les expressions suivantes :

$$D = 6x - 5x^2$$

$$E = 7uv + 21u^2$$

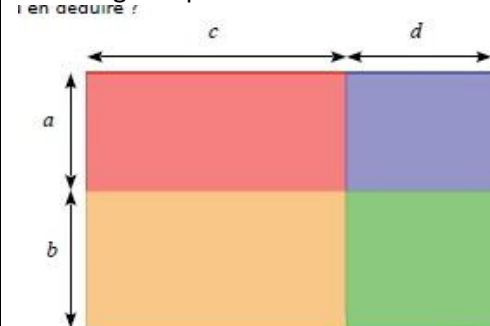
$$F = 2(3x - 2) - 9x(3x - 2)$$

Développer
en utilisant la
double
distributivité

Activité 3 :

Exprime l'aire du grand rectangle en fonction des aires des quatre petits rectangles.

Quelle égalité peux-tu en déduire ?



II. La double distributivité :

1. Produit de deux sommes :

❖ Propriété : la double distributivité

Pour tous nombres relatifs a, b, c et d :

Produit $\xrightarrow{\text{Développement}}$ Somme

$$(a + b)(c + d) = a(c + d) + b(c + d)$$

$$= ac + ad + bc + bd$$

Produit $\xleftarrow{\text{Factorisation}}$ Somme

Exemple 1 :

Développe et réduits l'expression suivantes :

$$A = (3x + 1)(y + 4)$$

$$B = (3x + 1)(y - 4)$$

$$C = (3x - 1)(y + 4)$$

$$D = (3x - 1)(y - 4)$$

Exemple 2 :

Factorise les expressions suivantes :

$$A = (2x - 3)(x + 2) - 5(2x - 3)$$

$$B = (5x + 1)(3x - 5) - (x - 3)(5x + 1)$$

$$C = (3x + 2)(-5x - 7) - (3x + 2)(x + 7)$$

Exercice d'application :

Développe et réduits les expressions suivantes :

$$A = (x + 7)(4x - 5)$$

$$B = (5 - 6z)(3z + 4)$$

$$C = (y + 3)(2y - 8)$$

$$D = (-7t + 8)(3 - 5t)$$

Exercice d'application :

On considère la figure suivante (x désigne un nombre supérieur ou égal à 2) :



1. Exprime en fonction de x les aires A_1 et A_2 .

2. Déduis-en une expression de l'aire totale A de la figure.

3. Calcule A_1 , A_2 et A pour $x = 6$.

Utiliser les identités remarquables

Réduire une expression littérale

Activité 4 :

1. Ali affirme que $4 + 3x = 7x$. Il explique cela en disant que, lorsque x est égal à 1, alors les deux membres sont égaux à 7. Il se trompe mais comment peut-on lui expliquer son erreur ?
2. Ali semble avoir compris. En tout cas, précise-t-il, on peut réduire la longueur de l'expression $4 + 3x + 6 - 7x$, ce qui donne $3x + 10 - 7x$. Qu'en penses-tu ? Peut-on réduire davantage cette expression ?

2. Les identités remarquables :
Propriété :

a et b sont deux nombres relatifs. On a :

- 1) Carré d'une somme :
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
- 2) Carré d'une différence :
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
- 3) Produit d'une somme de deux nombres par leur différence :
$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Exemple 1 : Développer avec les identités remarquables

Développe et réduis les expressions suivantes

- $A = (x + 1)^2$
- $B = (x - 4)^2$
- $C = (3x - 5)^2$
- $D = (7x + 2)(7x - 2)$

Exemple 2 : Factoriser avec les identités remarquables

Factorise les expressions suivantes.

- $A = x^2 + 6x + 9$
- $B = 25x^2 - 20x + 4$
- $C = 64x^2 - 49$

III. Simplifier une expression :

1. Réduire une expression littérale :

❖ Définition :

Réduire une expression littérale, c'est l'écrire sous la forme d'une somme comportant le moins de termes possibles.

Exemple :

On veut réduire chacune des expressions suivantes :

- $F = 3x - 8 + 2x$
 $F = 3x + 2x - 8$
 $F = (3 + 2)x - 8$
- $G = 5x^2 + 7x - 4 - 2x^2 + 3 + 4x$

Exercice d'application :
Développe et réduis chaque expression :

$$\begin{aligned} A &= (a + 1)^2 \\ B &= (3y - 4)^2 \\ C &= (5x + 2)^2 \\ D &= (4 - x)(4 + x) \end{aligned}$$

Exercice d'application :

Réduis les expressions suivantes:

$$\begin{aligned} A &= 3a - (6 + 7a^2) + 4a - 5 \\ B &= 4x(3x - 6) - (2x - 1)(3 + 5x) \end{aligned}$$

$$G = 5x^2 - 2x^2 + 7x + 4x - 4 + 3$$

$$G = (5 - 2)x^2 + (7 + 4)x - 1$$

$$G = 3x^2 + 11x - 1$$

2. Supprimer les parenthèses :

❖ Propriété :

L'opposé d'une somme algébrique est égal à la somme des opposés de chacun de ses termes.

Exemple :

$$H = 3x - (-2x^2 - 5x + 4)$$

$$H = 3x + (+2x^2) + (+5x) + (-4)$$

$$H = 3x + 2x^2 + 5x - 4$$

$$H = 2x^2 + 8x - 4$$

❖ Règle 1 : Addition et parenthèses

Quand les parenthèses sont précédées du signe « + », on peut supprimer ce « + » et les parenthèses.

❖ Règle 2 : Soustraction et parenthèses

Quand les parenthèses sont précédées du signe « - », on peut supprimer ce « - » et les parenthèses à condition de multiplier l'expression entre parenthèses par -1 :

$$-(a + b) = -1 \times (a + b) = -a - b$$

Exemple : Simplifier les expressions suivantes :

$$2x + (3x + 5)$$

$$4x + (-5 + 3x)$$

$$3x - (5 - 8x)$$

$$8 - (5x - 6 + 2x)$$

Exercice d'application :

Supprime les parenthèses puis réduis les expressions suivantes :

$$A = 5 + (2x + 3)$$

$$B = 5x - (3 - 4x)$$

$$C = (x - 4) - 6$$

$$D = (4x + 2) + (-6x - 2)$$

$$E = -(-3x - 1) + (x - 3)$$